рости деформирования скорость деформации может быть различной в зависимости от вида деформирования, размеров деформируемого тела, режима обработки.

Исследованиями установлено, что упрочнение металлов тем больше, чем выше скорость деформирования. Сопротивление деформации σ_∂ описывается уравнением:

$$\sigma_\partial = \sigma_o \varepsilon^{в-\frac{a}{\omega}}, \quad (8)$$

где σ_o — условный предел текучести; $в$ — величина, зависящая от материала, в среднем равная 0,48; a — величина, зависящая от материала и температуры; ω — скорость деформации, равная:

$$\omega = \left(\frac{h_0 - h}{h_0}\right) \cdot \frac{100}{t}, \quad (9)$$

где h_0 и h — соответственно начальная и текущая высота образца; t — время деформирования (обработки).

Влияние скорости деформации на сопротивление металла деформированного в формуле (8) учитывается показателем $в - \frac{a}{\omega}$.

Определение сопротивления деформации σ_∂ по указанной зависимости представляет определённую трудность в виду сложности нахождения коэффициентов a и $в$.

С.Н. Губкин предлагает следующую аналитическую зависимость напряжения текучести от скорости деформации при заданной температуре и степени деформации:

$$\sigma_S = \sigma_{S0} + n \ln \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}, \quad (10)$$

где σ_S и σ_{S0} — напряжения текучести соответственно при скоростях деформации ε и ε_0; n — константы, определяемые экспериментально.

Некоторые авторы предлагают при обработке образцов из мягких материалов принимать скорость деформирования в пределах 2–5 м/мин, а из более прочных — 5–8 м/мин.

В литературе имеются некоторые противоречивые данные о влиянии амплитуды колебаний обрабатывающего органа — инструмента на прочностные показатели обрабатываемого материала в зависимости от скорости деформирования и степени деформации. Все это требует проведения дополнительных экспериментальных исследований по выявлению режимов обработки на характер вибрационного деформирования.

ЛИНЕЙНЫЕ СЕКВЕНЦИАЛЬНО НЕПРЕРЫВНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ

Зарур Тауфик, *профессор*
Университет аль-Баас (Сирия)

С развитием методов абстрактного функционального анализа растет его приложение в разных областях математики как математической физики, математической экономики и инженерного строительства. В этой работе мы рассматриваем свойства линейных секвенциально непрерывных отображений, определенных в бесконечномерных топологических функциональных пространствах и используемых в исследовании интеграла Бохнера (Bochner) и измеримых и интегрируемых по Бохнеру функций. Такие исследования применяются в теории дифференциальных уравнений и задачах оптимального управления. Результаты этой работы новые и имеют продолжение.

Введем некоторые классы линейных секвенциально непрерывных отображений и их свойств, которые играют важную роль в теории дифференциальных уравнений в топологических функциональных пространствах.

Линейные секвенциально непрерывные отображения.

$$L: E \to F$$

Линейное, т.е.

$$L(\alpha x + \beta y) = \alpha L(x) + \beta L(y)$$

секвенциально непрерывные, т.е.

$$x_n \to x_0 \Longrightarrow L(x_n) \longrightarrow L(x_0)$$

а нормированное пространсво это пространство, на котором определена норма $||.||$.

Норма вводится разными способами из них:

$$||x|| = \underbrace{max}_{t\in[a,b]} |x(t)|$$

или

$$||f|| = \int_a^b |f(t)|\,dt$$

и т.д.

Локально выпуклая топология — это топология, состоящая из фундаментальной системы окрестностей нуля, каждая из них выпуклая.

А S — выпуклое множество, если она содержит прямой отрезок, соединяющий любые две точки из этого множества.

$b(E)$ — множество ограниченных подмножеств.

$c(E)$— множество компактных отображений, например σ подмножество в $b(E)$.

$-F_\zeta$ — нормированное пространсво на котором определена локально выпуклая топология ζ .

$-E_\xi$ — нормированное пространсво на котором определена локально выпуклая топология ξ.

$L(E_\xi , F_\zeta)$ — множество линнейных отображений из E_ξ в F_ζ

$$L: E_\xi \to F_\zeta$$

$\{A_n\}$ — последовательность линейных отображений.

$L_\sigma(E_\xi , F_\zeta)$ — пространство линейных отображений со слабой топологией σ .

$\rho(A_{n_k}x_{n_k}) \geq 1$ означает, что полунорма $\rho \geq 1$, т.е. последовательность $A_{n_k}x_{n_k}$ не стремится к нулю.

$\{A_n\} \in c_0$ т.е. $A_n \to 0$.

$L(E_\xi , F_\zeta) \subset L(E,F)$ означает, что пространство линейных отображений с нормой шире чем пространства линейных отображений с стоподогией.

$L_{||.||}$ — пространство линейных отображений с нормой (норма $||.||$).

L_σ — пространства линейных отображений с стоподогией σ .

Полное пространство — это пространство, в котором любая последовательность Коши сходится.

$||Ax_n|| > n^2$ означает, что Ax_n неограничена, т.е. стремится к бесконечности.

$B\left(L_{||.||}(E_\xi , F_\zeta)\right)$ — замкнутый шар линейных отображений.

1. Пусть E и F нормированные пространсва, а ζ и ξ локально выпуклые топологии в E и F, $\sigma \neq F; \sigma \subset b(E)$ и σ удовлетворяет следующим условиям:

(1) $(c \in \sigma, c' \subset c) \Rightarrow c' \in \sigma$

(2) $(c \in \sigma, M > 0) \Rightarrow [-M, M]c \in \sigma$

(3) $(c \in \sigma, c' \subset c) \Rightarrow c \cup c' \in \sigma$.

А иногда добавляем

(4) $\bigcup_{c\in\sigma} c = E$

2. Предложение.

Пусть $\{A_n\} \subset L(E_\xi, F_\zeta)$. Тогда следующие условия эквивалентны:

(1) $\{A_n\} \subset c_0\left(L_\sigma\left(E_\xi, F_\zeta\right)\right)$

(2) $\forall c \in \sigma \, \forall \{x_n\} \subset c : \{A_n x_n\} \in c_0\left(F_\zeta\right)$

Доказательство.

Ясно, что $(1) \Rightarrow (2)$.

Пусть $\{A_n\} \subset c_0\left(L_\sigma\left(E_\xi, F_\zeta\right)\right)$. Тогда

$\exists c \in \sigma : \exists \rho \in \rho\left(F_\zeta\right) : \forall k \in N \quad \exists n_k > k : \exists x_{n_k} \in c \ : \rho\left(A_{n_k} x_{n_k}\right) \geq 1$

Можно считать, что $0 \in c : n_k > n_{k+1} \ \forall \ k$. Положим $x_n = 0$ для $n \notin \bigcup_{k=1}^{\infty} n_k$. Тогда $\{x_n\} \subset c$, но $\{A_n x_n\} \notin c_0\left(F_\zeta\right)$. Т.е. (2) не удовлетворяется. ч.и т.

3. Предложение.

Пусть $c\left(E_\xi\right) \subset \sigma \subset b(E) \subset b\left(E_\xi\right)$, а F_ζ удовлетворяет условиям (1)–(4). Тогда

(1) $L\left(E_\xi, F_\zeta\right) \subset L(E, F)$

(2) $L_\sigma\left(E_\xi, F_\zeta\right), L_{\|\cdot\|}\left(E_\xi, F_\zeta\right)$ удовлетворяет условиям типа (1)–(4), т.е.

(a) $L_\sigma\left(E_\xi, F_\zeta\right)$ секвенцивально полное.

(b) $B\left(L_{\|\cdot\|}\left(E_\xi, F_\zeta\right)\right)$ замкнут в $L_\sigma\left(E_\xi, F_\zeta\right)$.

(c) $b\left(L_\sigma\left(E_\xi, F_\zeta\right)\right) - b\left(L_{\|\cdot\|}\left(E_\xi, F_\zeta\right)\right)$

Доказательство.

(1) Пусть $A \in L\left(E_\xi, F_\zeta\right)$, $A \notin L(E, F)$. Т.е.

$\forall n \in N : \exists x_n \in B(E) : \ \left\|A x_n\right\| > n^2$

Тогда: $\{n^{-1} x_n\} \in c_0\left(E_\xi\right)$. Поэтому $\{A n^{-1} x_n\} \in c_0\left(F_\zeta\right)$ и следовательно $\{A n^{-1} x_n\} \in b\left(F_\zeta\right) = b(F)$. Но $\left\|A n^{-1} x_n\right\| > n$.

Это противоречие доказывает требуемое.

(2a) Пусть $\{A_n\}$ последовательность Коши в $L_\sigma\left(E_\xi, F_\zeta\right)$. Тогда для любого $x \in E$, $\{A_n x\}$ будет последовательностью Коши в F_ζ и, следовательно имеет предел $A(x)$ в F_ζ.

Ясно, что $-A$ линейный оператор.

Пусть $c \in \sigma$ и $\rho \in P\left(F_\zeta\right)$.

По условиям имеем

$\exists N_0 \in N \ : \forall n, m > N_0 \ : \forall x \in c : \rho(A_m x - A_n x) < 1$

Пусть $m \to \infty$. Тогда получим

(5) $\exists N_0 \in N \ : \forall n > N_0 \ : \forall x \in c : \rho\left((A_m - A_n)x\right) \leq 1$

Покажем, что $A \in L\left(E_\xi, F_\zeta\right)$. Допустим $\{x_n\} \in c_0\left(E_\xi\right)$. Докажем, что $\rho' \in \rho\left(F_\zeta\right)$. Так как $\{x_n\} \in c\left(E_\xi\right) \subset \sigma$, то $\exists n' \in N \ : \forall n : \rho'\left(\left(A - A_{n'}\right)x_n\right) < 2^{-1}$

Далее тмеем $\exists n'' \in N : \forall n > n'' \ : \rho'\left(A_n, x_n\right) < 2^{-1}$.

В этом случае

$\forall n > n'' \ : \rho'(A x_n) \leq \rho'\left(\left(A - A_{n'}\right)x_n\right) + \rho'\left(A_n, x_n\right) < 1$

Откуда следует $A \in L\left(E_\xi, F_\zeta\right)$. Условие (5) означает, что $A_n \to A$ в $L_\sigma\left(E_\xi, F_\zeta\right)$.

(2b) Пусть $\{A_\alpha\}$ обобщенная последовательность элементов из $B\left(L_{\|\cdot\|}\left(E_\xi, F_\zeta\right)\right)$ и $A \in L\left(E_\xi, F_\zeta\right)$, а $A_\alpha \to A$ в $L_\sigma\left(E_\xi, F_\zeta\right)$. Тогда:

$\forall x \in B\left(E : \left[\{A_\alpha x\} \subset B(F) \wedge \left(A_\alpha x \to Ax \ \inf F_\zeta\right)\right]\right)$

и из замыкания $B(F)$ в F_ζ следует, что $Ax \in B(F)$. Т.е. $\|A\| < 1$. и тогда (2 b) доказана.

(2c) Пусть $B\left(L_{\|\cdot\|}(E_\xi,F)\right) \notin b\left(L_\sigma(E_\xi,F_\zeta)\right)$. Т.е.

$$\exists c \in \sigma \ \exists p \in P(F_\zeta) : \forall n \in N \ \exists A_n \in B\left(L_{\|\cdot\|}(E_\xi,F_\zeta)\right):$$

$\exists x_n \in c : p(A_n x_n) \geq n$ (6)

Так как $c \in b(E)$, то $\|A_n x_n\| \leq \|A_n\| \|x_n\| \leq 1\|x_n\| \leq M$ для $M > 0$ Т.е. $\{A_n x_n\} \in b(F) = b(F_\zeta)$, что и противоречит (6).

А теперь допустим, что

$b\left(L_\sigma(E_\xi,F_\zeta)\right) \not\subset b\left(L_{\|\cdot\|}(E_\xi,F_\zeta)\right)$.

Т.е. $\{n^{-1}x_n\} \in c_0(E) \subset C_0(E_\xi)$ и, следовательно $\{n^{-1}x_n\} \in c(E_\xi) \subset \sigma$. Поэтому

$\exists w \in b\left(L_\sigma(E_\xi,F_\zeta)\right) : \forall n \in N : \exists A_n \in w : \exists x_n \in B(E) : \|A_n x_n\| > n^2$

Тогда $\{A_n n^{-1} x_n\} \in b(F_\zeta) = b(F)$. Но $\|A_n n^{-1} x_n\| > n$. Это противоречие докажет требуемое.

4. Предложение.

Пусть X линейное нормированное пространсво и θ локально выпуклая и отделимая топология, определенная на X и удовлетворяет условию:

$b(X) = b(X_\theta)$ (7)

$\gamma \subset b(X_\theta)$ и удовлетворяет условиям типа (1) – (4) и условиям

$$c(X_\theta) \subset \gamma \qquad (8)$$

$$\forall c \in \gamma : \forall A \in L(X_\theta,X_\theta); \ \forall\{x_n\} \subset c : \{Ax_n\} \in \gamma \qquad (9)$$

5. Предложение.

Следующие утверждения являются правильными:

(1) $L(X_\theta,X_\theta) \subset L(X,X)$

(2) $L_{\|\cdot\|}(X_\theta,X_\theta)$ и $L_\sigma(X_\theta,X_\theta)$, а также $L_{\|\cdot\|}(X_\theta,R)$ удовлетворяет условиям типа следующи:

$(B(X))_\theta$ (10) секвенциально полное

$B(X)$ (11) замкнуто в X_θ

$b(X) \subset b(X_\theta)$ (12)

Иногда предлагаем $b(X) = b(X_\theta)$ (13)

Доказательство следует из пункта 3.

6. Предложение.

Пусть $A_n \to A$; $n \in N$; $x_n \in X$,; $A_n, A \in L(X_\theta,X_\theta)$

в $x_n \to x$; $L_\gamma(X_\theta,X_\theta)$ в X_θ. Тогда $A_n x_n \to Ax$ в X_θ.

Доказательство.

Так как $\{x_n\} \in c(X_\theta) \subset \gamma$, то $A_n x_n - Ax = (A_n - A)x_n + A(x_n - x) \to 0$ в X_θ.

7. Следствие.

Пусть $x \in X$ для $A \in L(X_\theta,X_\theta)$. Положим $xA = Ax$. Тогда $x \in L\left(L_\gamma(X_\theta,X_\theta),X_\theta\right)$.

Доказательство следует из пункта 6. Далее положим

$\pi(\theta) = \{Q \subset L(X_0,R) : \forall\{x_n'\} \subset Q : \forall\{x_n\} \in c_0(X_0) : x_n' x_n \to 0\}$ (14)

Заметим, что $\pi(\theta)$ удовлетворяет условиям типа (1)–(4).

8. Предложение.

Включение $\pi(\theta) \subset b\left(L_\gamma(X_\theta,R)\right)$ выполнено.

Доказательство.

Пусть $\exists Q \in \pi(\theta): Q \notin b\left(L_\gamma(X_\theta, R)\right)$. Тогда:

$\exists c \in \gamma: \forall n \in N \,:\, \exists x_n' \in Q \,:\, \exists x_n \in c \,:\, |x_n' x_n| > n$

В этом случае $\{n^{-1}x_n\} \in c_0(X) \subset c_0(X_\theta)$. Но $|x_n'(n^{-1}x_n)| > 1$.

Это противоречит (13).

9. Предложение.

Включение $c\left(L_\gamma(X_\theta, R)\right) \subset \pi(\theta)$ выполнено.

Доказательство.

Пусть $\exists Q \in c\left(L_\gamma(X_\theta, R)\right) : \exists\{x_n'\} \in Q \,:\, \exists\{x_n\} \in c_0(X_\theta): x_n' x_n \nrightarrow 0$ (15)

Можно считать, что $x_{n_k}' \to x' \subset L(X_\theta, R)$ в $L_\gamma(X_\theta, R)$. Поскольку $\{x_{n_k}\} \in c(X_\theta) \subset \gamma$, то

$x_{n_k}' x_{n_k} = (x_{n_k}' - x')x_{n_k} + x' x_{n_k} \to 0$.

Это противоречит соотношению (14).

10. Замечание.

Из пунктов 5, 8, 9 следует, что

1) $L\left(L_\gamma(X_\theta, R), L_\gamma(X_\theta, R)\right) \subset L\left(L_{\|\cdot\|}(X_\theta, R), L_{\|\cdot\|}(X_\theta, R)\right)$

2) $L_{\|\cdot\|}\left(L_\gamma(X_\theta, R), L_\gamma(X_\theta, R)\right) \wedge L_{\pi(\theta)}\left(L_\gamma(X_\theta, R)\right)$

удовлетворяет условиям типа (9)–(12).

11. Замечание.

Можно исключить условие 8 из пунктов 5 и 10.

12. Предложение.

Пусть $A \in l(X_\theta, X_\theta)$. Для $x' \in L(X_\theta, R)$ положим $A'x' = x' o A$. Тогда:

$A' \in L\left(L_\gamma(X_\theta, R), L_\gamma(X_\theta, R)\right)$.

Доказательство.

Пусть $\{x_n'\} \in c_0(L_\gamma(X_\theta, R))$. Тогда по (8) имеем:

$\forall c \in \gamma: \forall\{x_n\} \subset c \,:\, (A'x_n')x_n = x_n'(Ax_n) \to 0$

Из пункта 2 следует $\{A'x_n'\} \in c_0\left(L_\gamma(X_\theta, R)\right)$.

13. Предложение.

Пусть $\{A_n\} \in c_0\left(L_\gamma(X_\theta, R)\right)$. Для $x' \in L(X_\theta, R)$ положим $A_n'x' = x'SA_n$. Тогда

$$\{A_n'\} \in c_0\left(L_{\pi(\theta)}\left(L_\gamma(X_\theta, R), L_\gamma(X_\theta, R)\right)\right) \qquad (16)$$

Доказательство.

Пусть $Q \in \pi(\theta)$, $c \in \gamma$, $\{x_n'\} \subset Q$, $\{x_n\} \subset c$. Тогда: $(A'x_n')x_n = x_n'(Ax_n) \to 0$ по (13), так как $\{A_n x_n\} \subset c_0(X_\theta)$ и из пункта 2 находим $\{A'x_n'\} \in c_0\left(L_\gamma(X_\theta, R)\right)$ и используя 2 еще раз находим (15).

14. Следствие.

Пусть $A_n \to A$; $n \in N$; $x_n', x' \in L(X_\theta, R)$; $A_n, A \in L(X_\theta, X_\theta)$ в $L_\gamma(X_\theta, X_\theta)$ и $L_\gamma(X_\theta, R)$. Тогда $A'x_n' \to A'x'$ в $L_\gamma(X_\theta, R)$. Это следует из пунктов 6, 8, 9, 13.

[1] Sukhinin M.F. (1992) .Selected chapters of nonlinear analysis . Moscow .published in Russian University.

[2] Al-Hamza M.(1998) On generalization of Bochner integral .Tiaz University Research Journal , V.I

[3] Al-Hamza M.(1992) The problem of optimal control in infinite – dimensional spaces . The Journal of sciences .Altahaddi University Libya.No.1

[4] Yosida K.(1965) Functional Analysis . Springer , New York .

[5] Sukhinin M.F. (1986) On infinite – dimensional differential equations with nonmeasurable by Bochner right part necessary conditions of optimality . Institute of Technical and Scientific Information .Moscow ,No 1351 – B86 ,130p.

[6] Lusternik L.A .Sobolev VE.(1982) A brief course of Functional Analysis .Moscow "Vishaya shkola "