

# МЕТОДИКА ИНЖЕНЕРНОГО РАСЧЕТА КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ КАПЕЛЬ РАБОЧЕГО РАСТВОРА ПЕСТИЦИДОВ В ПОДВИЖНОЙ ВОЗДУШНОЙ СРЕДЕ

О.В. Гордеенко, канд. техн. наук, доцент (БГСХА); И.С. Крук, канд. техн. наук, доцент, Т.П. Кот, канд. техн. наук, доцент, Д.Р. Мальцев, студент (БГАТУ); Э. Каминский, докт. техн. наук, профессор, В. Романиук, докт. с.-х. наук, профессор (Институт технологических и естественных наук в Фалентах, Республика Польша)

## Аннотация

*В статье исследованы закономерности движения капли рабочего раствора пестицида в подвижной сопротивляющейся среде, на основании которых получены зависимости для определения скорости и координат ее положения в заданный момент времени, что позволит установить величину потерь пестицидов из-за сноса при обработках в ветреную погоду.*

*The article investigates the motion laws of the working solution drop in the mobile pesticide resistant medium to determine the dependences of velocity and coordinates of its position at a given time, which will set the amount of pesticides loss due to the demolition of the treatments in windy conditions.*

## Введение

Эффективность опрыскивания рабочим раствором пестицидов при проведении операций химической защиты растений, наряду с другими показателями, определяется равномерностью распределения препарата и густотой покрытия обрабатываемой поверхности, которые определяются размерами капель и закономерностями их падения до полного осаждения на объекте обработки. Нанесение рабочего раствора пестицидов на объект обработки неизбежно сопровождается потерями. К ним относятся испарение и снос мелких капель жидкости ветром за пределы рабочей зоны опрыскивания, неравномерное распределение и плохая удерживаемость крупных капель на объекте обработки.

Механизм осаждения капель рабочего раствора пестицидов на обрабатываемой поверхностиложен и многообразен. Капля, оторвавшись от выброшенной из сопла распылителя струи жидкости, обладая запасом кинетической энергии, замедленно движется под действием движущей силы (силы тяжести) и силы сопротивления среды. Спустя некоторое время, когда эти силы взаимно уравновесятся, она достигает конечной скорости, и движется по определенной траектории, параметры которой определяются начальными условиями истечения жидкости из сопла и состоянием окружающей среды [1]. При обработках в ветреную погоду на протяжении всего процесса падения (с момента вылета из сопла и до оседания на обрабатываемой поверхности), капля подвержена воздействию направленного воздушного потока – ветра. Если скорость ветра существенно превосходит скорость падения капли, то она сносится воздушным потоком и не попадает на объект обработки. Это, с одной стороны, приводит к снижению качества выполняемого техно-

логического процесса, а с другой – к загрязнению среды обитания людей, животных и растений.

Определение закономерностей движения капель в направленном воздушном потоке является важной задачей при исследовании процесса сноса препарата ветром из зоны обработки и проектировании ветрозащитных устройств.

## Основная часть

Для изучения закономерностей движения капель в подвижной воздушной среде примем следующие допущения: расчетная форма капли в виде шара, она не меняет свою массу и форму на протяжении всей траектории движения, силы сопротивления ее полету пропорциональны квадрату скорости и величина скорости подвижного воздушного потока на протяжении всего движения капли постоянна и не меняет своего направления.

Капля жидкости  $M$  массой  $m_k$  выброшена из сопла распылителя со скоростью  $\vartheta_{k0}$  под углом  $\gamma_0$  к вертикали в подвижную среду, движущуюся со скоростью  $u=\text{const}$ , вектор которой образует с вертикалью угол  $90^\circ$  (рис. 1). Капля совершает дальнейшее движение под действием сил тяжести  $G_k$ , лобового сопротивления воздуха  $F_c$  и воздействия направленного воздушного потока  $F$ . Сила лобового сопротивления направлена по касательной к траектории полета в сторону, противоположную направлению движения, и является заданной функцией скорости капли  $\vartheta_k$

$$F_c = -\lambda \cdot \vartheta_k^2,$$

где  $\lambda$  – приведенный коэффициент сопротивления,  $\text{кг}/\text{м}$ .

Сила тяжести, действующая на каплю, определяется по формуле

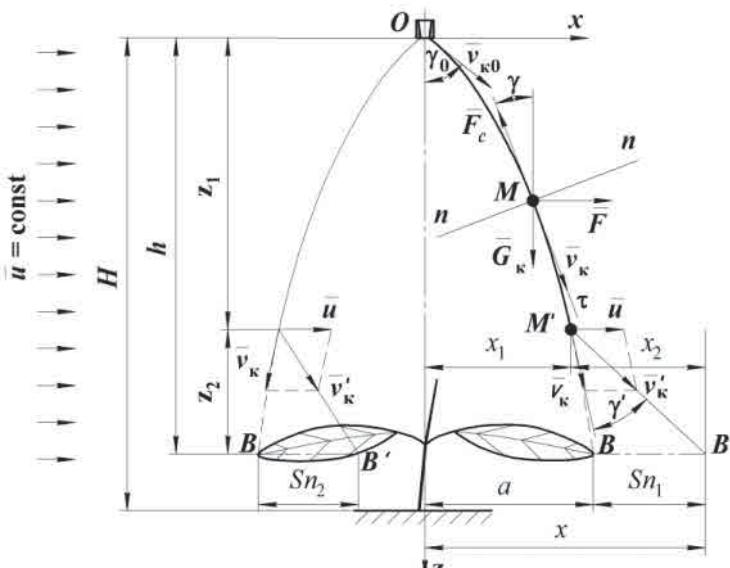


Рисунок 1. Схема к определению кинематических параметров падения капли в подвижной сопротивляющейся среде

$$G_k = m_k g,$$

где  $g$  – ускорение свободного падения,  $\text{м}/\text{с}^2$ .

Сила воздействия направленного потока равна

$$F = f \cdot u^2,$$

где  $f$  – приведенный коэффициент сопротивления,  $\text{кг}/\text{м}$ .

Считая, что вектор силы воздействия ветра направлен горизонтально, уравнения движения капли в подвижных осях координат имеют вид

$$m_k \frac{dv_k}{dt} = m_k g \cos \gamma + fu^2 \sin \gamma - \lambda v_k^2; \quad (1)$$

$$m_k \frac{v_k^2}{\rho} = m_k g \sin \gamma - fu^2 \cos \gamma, \quad (2)$$

где  $\rho$  – радиус кривизны траектории точки  $M$  в заданный момент времени;

$\gamma$  – угол, который образует вектор скорости точки  $M$  в данный момент времени с осью  $Oz$ .

В уравнениях (1) и (2) разделим каждое слагаемое на массу капли  $m_k$ . После преобразований получим:

$$\frac{dv_k}{dt} = g \cos \gamma + C_F u^2 \sin \gamma - C_T v_k^2; \quad (3)$$

$$\frac{v_k^2}{\rho} = g \sin \gamma - C_T u^2 \cos \gamma, \quad (4)$$

где  $C_F = \frac{f}{m_k}$  и  $C_T = \frac{\lambda}{m_k}$  – соответственно приведенные коэффициенты сопротивления,  $1/\text{м}$ .

Если каплю жидкости принять за шар, то  $\lambda = f$  и  $C_T = C_F$ , и с учетом принятых обозначений, уравнения (3) и (4) примут вид

$$\frac{dv_k}{dt} = g \cos \gamma + C_T u^2 \sin \gamma - C_T v_k^2; \quad (5)$$

$$\frac{v_k^2}{\rho} = g \sin \gamma - C_T u^2 \cos \gamma, \quad (6)$$

Анализ уравнений (5) и (6) показывает, что капля жидкости, выброшенная в подвижную сопротивляющуюся среду со скоростью  $v_{k0}$  под углом  $\gamma_0$  к вертикали, будет двигаться так, что на начальном участке траектории  $OM'$  ускорение ее будет монотонно уменьшаться, а скорость возрастать, стремясь к предельной величине, определяемой из уравнения (5) при условии, что  $\frac{dv}{dt} = 0$

$$v' = \sqrt{\frac{1}{C_T} (g \cos \gamma + C_T u^2 \sin \gamma)}. \quad (7)$$

В момент времени, когда

$$g \cdot \sin \gamma = C_T \cdot u^2 \cdot \cos \gamma, \quad (8)$$

траекторией капли будет прямая линия, образующая с вертикалью угол  $\gamma'$ , тангенс которого определяется из уравнения (6) при условии, что  $\rho = \infty$

$$\operatorname{tg} \gamma' = \frac{C_T \cdot u^2}{g}. \quad (9)$$

Начиная из точки перехода криволинейного участка траектории  $OM'$  в прямолинейный (рис. 1) и до момента соприкосновения с поверхностью объекта обработки, капля будет двигаться равномерно со скоростью  $v'$ , которая определяется из совместного решения уравнений (7) и (8)

$$v' = \sqrt{\frac{\sin \gamma'}{C_T \cdot u^2} \cdot (g^2 + C_T^2 u^4)}. \quad (10)$$

Таким образом, траектория полета капли в подвижной сопротивляющейся среде может быть представлена как состоящая из криволинейного  $OM'$  и прямолинейного  $M'B'$  участков (рис. 1). Положение капли в точке перехода криволинейного участка в прямолинейный (точка  $M'$ ) определяется координатами  $x_1$  и  $y_1$ , и проекциями вектора предельной скорости на неподвижные оси координат

$$v_x' = v' \sin \gamma'; \quad (11)$$

$$v_y' = v' \cos \gamma'. \quad (12)$$

Движение капли жидкости относительно неподвижной системы координат описывается дифференциальными уравнениями (рис. 1)

$$m_k \frac{dv_{kx}}{dt} = F - F_c \sin \gamma; \quad (13)$$

$$m_k \frac{dv_{kz}}{dt} = m_k g - F_c \cos \gamma. \quad (14)$$

Используя зависимости, полученные в источнике [2]

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{d\gamma}{ds} = -\frac{d\gamma}{dt} \cdot \frac{dt}{ds} = -\frac{1}{g_k} \cdot \frac{d\gamma}{dt} \text{ и источнике [3]}$$

$\frac{dv_{kz}}{dt} = g$ , уравнения примут вид

$$\frac{dv_{kx}}{dt} = \frac{\lambda}{m_k} u^2 - \frac{\lambda}{m_k} v_k^2 \sin \gamma; \quad (15)$$

$$\frac{dv_{kz}}{dt} = g - \frac{\lambda}{m_k} v_k^2 \cos \gamma. \quad (16)$$

или

$$\frac{dv_{kx}}{dt} = C_T u^2 - C_T v_k^2 \sin \gamma; \quad (17)$$

$$\frac{dv_{kz}}{dt} = g - C_T v_k^2 \cos \gamma. \quad (18)$$

Из данных уравнений исключим параметр времени  $t$ , переписав их в виде

$$\frac{dv_{kx}}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dv_{kx}}{dx} \cdot v_{kx} = C_T u^2 - C_T v_k^2 \sin \gamma; \quad (19)$$

$$\frac{dv_{kz}}{dz} \cdot \frac{dz}{dt} = \frac{dv_{kz}}{dz} \cdot v_{kz} = g - C_T v_k^2 \cos \gamma. \quad (20)$$

Преобразуем последние слагаемые уравнений к виду:

$$C_T v_k^2 \sin \gamma = C_T \frac{(v_k \sin \gamma)^2}{\sin \gamma} = C_T v_{kx}^2 \frac{1}{\sin \gamma} = C_T k_x v_{kx}^2; \quad (21)$$

$$C_T v_k^2 \cos \gamma = C_T \frac{(v_k \cos \gamma)^2}{\cos \gamma} = C_T v_{kz}^2 \frac{1}{\cos \gamma} = C_T k_z v_{kz}^2, \quad (22)$$

где  $k_x$  и  $k_z$  – коэффициенты пропорциональности, зависящие от положения капли на участке  $OM'$  траектории неустановившегося движения

$$k_x = \frac{1}{\sin \gamma}; \quad (23)$$

$$k_z = \frac{1}{\cos \gamma}. \quad (24)$$

Замечая, что коэффициенты  $k_x$  и  $k_z$  являются непрерывными функциями изменения угла  $\gamma$  в пределах от начального  $\gamma_0$  до предельного  $\gamma'$  значений, то их среднее значение определим как среднеинтегральное на этом интервале. Приведем уравнение (24) к виду

$$k_z d\gamma = \frac{d\gamma}{\cos \gamma}. \quad (25)$$

Проинтегрируем выражение (25) в заданных пределах

$$k_z (\gamma' - \gamma_0) = \int_{\gamma_0}^{\gamma'} \frac{d\gamma}{\cos \gamma} = \frac{1}{2} \left[ \ln \left| \frac{1 + \sin \gamma'}{1 - \sin \gamma'} \right| - \ln \left| \frac{1 + \sin \gamma_0}{1 - \sin \gamma_0} \right| \right]. \quad (26)$$

Из уравнения (26) определим среднее значение коэффициента  $k_z$  на участке неравномерного движения капли по траектории

$$k_z = \frac{1}{2(\gamma' - \gamma_0)} \ln \left| \frac{(1 + \sin \gamma')}{(1 - \sin \gamma')} \cdot \frac{(1 - \sin \gamma_0)}{(1 + \sin \gamma_0)} \right|. \quad (27)$$

Для определения коэффициента  $k_x$ , уравнения (23) и (24) приведем к виду

$$\sin \gamma = \frac{1}{k_x}, \quad (28)$$

$$\cos \gamma = \frac{1}{k_z}. \quad (29)$$

Полученные уравнения возведем в квадрат и сложим их левые и правые части, получив зависимость

$$\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma = \frac{1}{k_x^2} + \frac{1}{k_z^2} = 1,$$

или

$$k_x = \frac{k_z}{\sqrt{k_z^2 - 1}}. \quad (30)$$

С учетом зависимостей (27) и (30) уравнения (19) и (20) примут вид

$$\frac{dv_{kx}}{dx} \cdot v_{kx} = C_T u^2 - C_T k_x v_{kx}^2; \quad (31)$$

$$\frac{dv_{kz}}{dz} \cdot v_{kz} = g - C_T k_z v_{kz}^2. \quad (32)$$

В отличие от исходных уравнений (17) и (18), уравнения (31) и (32) являются приближенными, но с разделяющими переменными, что позволяет их проинтегрировать в заданных пределах и получить расчетные формулы для определения координат капли на участке траектории с неустановившимся движением.

Решение данных уравнений (17) и (18) сводится к определению скоростей движения капель вдоль координатных осей, в зависимости от времени. Интегрирование этих уравнений сводится к нахождению табличных интегралов вида [4]

$$dt = \int \frac{dv_{kx}}{C_T(u^2 - k_x v_{kx}^2)}; \quad (33)$$

$$dt = \int \frac{dv_{kz}}{g - C_T k_z v_{kz}^2}. \quad (34)$$

Проинтегрировав уравнения (33) и (34) с учетом начальных условий ( $t = 0, v_{kx} = v_{kx_0}, v_{kz} = v_{kz_0}$ ), получим:

$$t = \frac{\sqrt{C_T k_z}}{2 C_T k_z \sqrt{g}} \ln \times \\ \times \left| \frac{(\sqrt{g} + v_{kx} \sqrt{C_T k_z})(\sqrt{g} - v_{kz_0} \sqrt{C_T k_z})}{(\sqrt{g} - v_{kz} \sqrt{C_T k_z})(\sqrt{g} + v_{kz_0} \sqrt{C_T k_z})} \right| \quad (35)$$

$$t = \frac{\sqrt{k_x}}{2 C_T u \sqrt{k_x}} \ln \left| \frac{(u + v_{kx} \sqrt{k_x})(u - v_{kx_0} \sqrt{k_x})}{(u - v_{kz} \sqrt{k_x})(u + v_{kz_0} \sqrt{k_x})} \right| \quad (36)$$

Решение же уравнений (31) и (32) сводится к нахождению координат капель на траектории неуставновившегося движения в зависимости от проекций скоростей. Решение этих уравнений сводится к нахождению табличных интегралов вида [4]

$$x = \int \frac{v_{kx} dv_{kx}}{C_T (u^2 - k_x v_{kx}^2)}; \quad (37)$$

$$z = \int \frac{v_{kz} dv_{kz}}{g - C_T k_z v_{kz}^2}. \quad (38)$$

Интегрирование полученных уравнений с учетом начальных условий ( $t = 0, x = x_0 = 0, z = z_0 = 0$ ,

$v_{kx} = v_{kx_0} = v_{k_0} \sin \gamma_0, v_{kz} = v_{kz_0} = v_{k_0} \cos \gamma_0$ ) приводит к выражениям

$$x = -\frac{1}{2 C_T k_x} \ln \left| \frac{u^2 - k_x v_{kx}^2}{u^2 - k_x v_{kx_0}^2} \right|, \quad (39)$$

$$z = -\frac{1}{2 C_T k_z} \ln \left| \frac{g - C_T k_z v_{kz}^2}{g - C_T k_z v_{kz_0}^2} \right|. \quad (40)$$

Выразив из полученных уравнений общий коэффициент  $2C_T$  и приравняв полученные выражения, после преобразований получим уравнение траектории полета капель в подвижной сопротивляющейся среде

$$x = z \frac{k_z}{k_x} \frac{\ln \left| \frac{u^2 - k_x v_{kx}^2}{u^2 - k_x v_{kx_0}^2} \right|}{\ln \left| \frac{g - C_T k_z v_{kz}^2}{g - C_T k_z v_{kz_0}^2} \right|}. \quad (41)$$

Используем уравнение (41) для определения скорости полета капли вдоль оси  $Oz$  на участке неуставновившегося движения, получим

$$v_{kz} = \sqrt{\frac{1}{C_T k_z} \left[ g - (g - C_T k_z v_{kz_0}^2 e^{-2C_T k_z z}) \right]}. \quad (42)$$

Решая уравнение (36) относительно  $v_{kx}$ , получим закон изменения горизонтальной составляющей скорости капель под действием ветра

$$v_{kx} = \frac{u[(u + v_{kx_0} \sqrt{k_x}) \cdot e^{2C_T u t \sqrt{k_x}} - (u - v_{kx_0} \sqrt{k_x})]}{\sqrt{k_x} [(u + v_{kx_0} \sqrt{k_x}) \cdot e^{2C_T u t \sqrt{k_x}} - (u - v_{kx_0} \sqrt{k_x})]}, \quad (43)$$

где  $v_{kx_0}$  и  $v_{kz_0}$  – проекции вектора скорости вылета капли жидкости из сопла распылителя на неподвижные оси координат, м/с

$$v_{kx_0} = v_{k_0} \sin \gamma_0, \quad (44)$$

$$v_{kz_0} = v_{k_0} \cos \gamma_0. \quad (45)$$

При этом зависимость для определения скорости движения капли примет окончательный вид

$$v_k = \sqrt{v_{kx}^2 + v_{kz}^2} = \\ = \left[ \left( \frac{u[(u + v_{kx_0} \sqrt{k_x}) \cdot e^{2C_T u t \sqrt{k_x}} - (u - v_{kx_0} \sqrt{k_x})]}{\sqrt{k_x} [(u + v_{kx_0} \sqrt{k_x}) \cdot e^{2C_T u t \sqrt{k_x}} - (u - v_{kx_0} \sqrt{k_x})]} \right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{C_T k_z} \left[ g - (g - C_T k_z v_{kz_0}^2 e^{-2C_T k_z z}) \right] \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (46)$$

С достаточной для практических расчетов точностью, начальная скорость вылета жидкости из сопла распылителя определяется по упрощенной формуле [5, 6]

$$v_{k_0} = \sqrt{\frac{2P}{\rho_*}},$$

где  $P$  – давление в напорной магистрали, Па;  $\rho_*$  – плотность распыливаемой жидкости, кг/м<sup>3</sup>.

Приведенные выше аналитические зависимости позволяют определить траекторию движения капель любой дисперсности, при условии постоянства массы капли, в подвижной сопротивляющейся среде, а также координаты капли в любой момент времени на этой траектории. Так, для определения координат  $x_1$  и  $y_1$  точки перехода криволинейного участка траектории падения капли в прямолинейный  $M'$  (рис. 1) в формулы (39) и (40) следует подставить параметры, определяемые зависимостями (11), (12), (44) и (45). После преобразований получим

$$x_1 = -\frac{1}{2 C_T k_x} \ln \left| \frac{u^2 - k_x v_{kx}^2}{u^2 - k_x v_{kx_0}^2} \right|, \quad (47)$$

$$z_1 = -\frac{1}{2 C_T k_z} \ln \left| \frac{g - C_T k_z v_{kz}^2}{g - C_T k_z v_{kz_0}^2} \right|. \quad (48)$$

Из уравнения (48) следует, что скорость воздушного потока не оказывает влияния на движение капли в вертикальной плоскости. Если в результате расчетов по данной формуле окажется, что  $z_1 \geq h$  (капля

жидкости достигает обрабатываемой поверхности раньше или в момент наступления режима прямолинейного установившегося движения, что характерно для крупных капель), то движение капли от момента вылета из сопла распылителя до момента соприкосновения с обрабатываемой поверхностью будет проходить по траектории неустановившегося движения. В момент падения капли на обрабатываемую поверхность, ее координаты определяются из уравнений (39) – (43), при условии, что  $z = h$ .

Участок траектории с равномерным движением капли характеризуется координатами  $x_2$  и  $z_2$ . Расстояние  $z_2$  от точки  $M'$  траектории до обрабатываемой поверхности определяется из соотношения (рис. 1)

$$z_2 = H - z_1.$$

Координата  $x$  соприкосновения капли с обрабатываемой поверхностью определяется по зависимости

$$x = x_1 + x_2 = x_1 + z_2 \cdot \operatorname{tg} \gamma'$$

Расстояние, на которое будет снесена капля пестицида относительно обрабатываемого объекта, определяется зависимостью

$$Sn = x - a.$$

### Заключение

В статье предложена методика инженерного расчета кинематических параметров движения капель рабочего раствора пестицидов в подвижной воздушной среде. В результате теоретических исследований получены зависимости для определения скорости движения капли в заданный момент времени (46) и ее вертикальной и горизонтальной составляющих (42), (43), а также координат ее положения (39), (40) в зоне неустановившегося (47) и (48) – установившегося

движения. Получено уравнение траектории падения капель в зоне неустановившегося движения (41).

Полученные зависимости позволяют не только смоделировать процесс падения капель в подвижной воздушной среде, но и исследовать потери препарата в результате сноса ветром. Данная методика может использоваться на стадиях проектирования сельскохозяйственных опрыскивателей и устройств защиты факела распыла от прямого воздействия ветра.

### ЛИТЕРАТУРА

- Гордеенко, О.В. Методика инженерного расчета кинематических параметров движения капель рабочего раствора пестицидов в воздушной среде / О.В. Гордеенко, И.С. Крук, Э. Каминский, А.А. Новиков // Агропанорама. 2011. – № 6. – С 6-10.
- Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов: учеб. пос. для втузов. – 13-е изд. – М.: Наука, 1985. – 432 с.
- Гордеенко, О.В. Повышение эффективности ухода за посевами овощных культур на гребнях совершенствованием оборудования для ленточного внесения гербицидов: дис. ...канд. техн. наук / БГСХА. – Горки, 2004. – 218 с.
- Бронштейн, И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семеняев. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955. – 610 с.
- Бородин, В.А. Распыливание жидкости. – М.: Машиностроение, 1967. – 263 с.
- Распыливание жидкостей / Ю.Ф. Дитяткин [и др.]. – М.: Машиностроение, 1977. – 208 с.

## Микропроцессорная система кормления свиней

**Предназначена для оперативного изменения доз кормления, контроля процесса кормления, учета расхода сухого и жидкого корма.**

Разработанная система позволяет автоматизировать процесс кормления свиней, повысить эффективность и снизить издержки производства свинины.

### Основные технические данные

1. Полная совместимость с типовым технологическим оборудованием КПС-54, КПС-108.
2. Нормированное кормление, оперативное изменение норм кормления.
3. Расчет фактических объемов замеса и раздачи жидкого корма без остатков.
4. Сокращение времени кормления в 1,5...2 раза.
5. Значительно дешевле и лучше западных аналогов.

