тогда

$$S_{\text{BII}} = \frac{c^2}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \,, \tag{6}$$

Подставив выражение (6) в (5), получим

$$Q = 0.5 \cdot L \cdot V_6 \left( 1 + \frac{1}{i} \right) \cdot \left( c \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + b \right) , (\text{M}^3/\text{c}),$$

или

$$Q = 1800 \cdot L \cdot V_6 \left( 1 + \frac{1}{i} \right) \cdot \left( c \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + b \right), (\text{M}^3/\text{Y}). \tag{7}$$

#### Заключение

Полученное выражение позволяет провести анализ влияния основных конструктивных и технологических факторов на производительность вальцовых измельчителей с принятыми режимными параметрами и геометрическими параметрами рифлей.

### Список использованной литературы

- 1. Соколов, А.Я. Технологическое оборудование элеваторов, мельниц, крупяных и комбикормовых заводов / А.Я. Соколов. Москва: Загодиздат, 1984. 384 с.
- 2. Иванов, А. В. Межвальцовый зазор основной параметр процесса измельчения / А. В. Иванов, Н. В. Иванова, Ж. В. Кошак // Вестник Могилевского государственного университета продовольствия : научно-методический журнал. − 2008. № 1. С. 82-86.

УДК 511.42

# РЕЗОНАНСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ТЕХНИКЕ И ИХ МОДЕЛИ

И.М. Морозова, к.ф.-м.н., доцент, О.Н. Кемеш Белорусский государственный аграрный технический университет,

г. Минск, Республика Беларусь

#### Введение

В литературных источниках [1,2] описаны математические модели явлений, в которых возникают резонансы. В частности, резонанс возникает, когда при заданных известных величинах (часто-

тах)  $\omega_1, \, \omega_2, \ldots \, \omega_n$ , при некоторых (часто целых) изменяющихся числах  $k_1, \, k_2, \, \ldots \, k_n$  величина  $\hat{A}(\vec{k}) = \left| k_1 \omega_1 + k_2 \omega_2 + \ldots + k_n \omega_n \right|$  может принимать малые значения. Если  $\hat{A}(\vec{k})$  при этом находится в знаменателе дроби, который представлен в виде некоторого ряда, то это приводит к модельному резонансу.

#### Основная часть

Например, [3] рассматривается математическая модель, имитирующая физические процессы при ремонте элементов трубопроводов системы выпуска отработанных газов в автотракторной технике АПК. В целях устранения резонансных явлений и для продления срока службы клеевого соединения по результатам математического моделирования подбирается в каждом конкретном случае специальный термостойкий материал с физическими характеристиками.

Рассматривается клеевая накладка прямоугольной пластиной (с линейными размерами a и b и толщиной h), которая в пределах упругих деформаций подчиняется закону Гука. Свободные колебания такой пластины описываются уравнением

$$\rho \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + \frac{D}{h} \Delta^2 \zeta = 0, \qquad (1)$$

где 
$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} -$$
оператор Лапласа (2)

При заданных граничных условиях решением уравнения (1) является функция вида

$$\zeta_0 = A \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \tag{3}$$

Преобразуя (3) находится выражение для описания частот собственных колебаний клеевой накладки:

$$v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho(1-\mu^2)}} \pi^2 \left[ \left( \frac{m}{a} \right)^2 + \left( \frac{n}{b} \right)^2 \right]$$
 (4)

По полученным результатам анализируются диапазоны совпадений частоты колебаний клеевой накладки и вала двигателя, т.е. эффект резонанса.

В ряде случаев в решении данной проблемы, т.е. уточнению диапазонов совпадения частот, могут оказать помощь результаты теории диофантовых приближений. Проанализируем модель, когда резонансы одновременно возникают в нескольких различных узлах

при одинаковых возмущениях. Учитывая модельную ситуацию, будем предполагать, что зависимость между переменными выражается целочисленными полиномами. Пусть

$$P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0, \quad H = \max_{0 \le j \le n} a_j, P(x) \in Z[x].$$
 (5)

Обозначим через  $L_n(\psi)$  множество точек некоторого интервала I = [a, b], для которых неравенство

$$|P(x)| < H^{-n+1}\psi(H) \tag{6}$$

имеет бесконечное число решений в полиномах P(x) вида (5). В (6) степень полинома P(x) не превосходит  $n, n \ge 1$ , а  $\psi(x)$  – монотонно убывающая функция положительного аргумента x. Далее  $\mu B$  – мера Лебега измеримого множества  $B \subset R^k$ ,  $k \ge 1$ . Тогда

$$\mu L_n(\psi) = \begin{cases} 0, ecnu \sum_{H=1}^{\infty} \psi(H) < \infty \\ b - a, ecnu \sum_{H=1}^{\infty} \psi(H) = \infty \end{cases}$$

$$(7)$$

Утверждение (7) при n=1 — это известная метрическая теорема Хинчина о приближении действительных чисел рациональными числами.

Далее  $\mu A$  – мера Лебега измеримого множества  $A \subset \mathbb{R}^2$  .

Teopema. Пусть  $L_n(Q, w_1, w_2)$  – множество решений системы

неравенств

$$\begin{cases} |P(x)| < Q^{-w_1} \\ |P(y)| < Q^{-w_2} \\ H(P) \le Q, w_1 \ge 0, w_2 \ge 0. \end{cases}$$

Тогда при  $Q>Q_0(n)$  и  $w_1+w_2>n-1$  и при некоторых  $c_1=c_1(n)>0$  и  $c_2=c_2(n)>0$ 

$$\mu L_n(Q, w_1, w_2) < c_1 \max(Q^{-w_1 - w_2 + n - 1}, Q^{-c_2}).$$

решений в целочисленных полиномах P(x). Тогда при сходимости ряда  $\sum_{H=1}^{\infty} \psi\left(H\right)$  множество  $L_n(\psi)$  имеет нулевую меру.

#### Заключение

Приведенные теоремы позволяют дать точную оценку множествам чисел, которые образуют малые знаменатели, т.е. приводят к модельному резонансу.

## Список использованной литературы

- 1. Пташник, Б.И. Некорректные граничные задачи для дифференциальных уравнений с частными производными / Б.И. Пташник // Киев: Наукова думка, 1984.
- 2. Морозова, И.М. Приближение нуля скалярным произведением целочисленных векторов и аналитической вектор-функции И.М. Морозова // Весці АН Беларусі. Сер.фіз.-мат. наук., 1997, №2. С. 22-25.
- Балабанов, Бойков. В.Ю. В.И. Ахметзянов. Математическая модель резонанса в трубопроводе системы выпуска восстановления отработанных газов после герметичности безразборным В.Ю. Бойков. В.И. Балабанов, методом. А.Ф. Ахметзянов, // www.gosniti.ru/documents/elib/1213.pdf (3Кб)

УДК 631.312.44.076

# ДВИЖЕНИЕ ПЛАСТА ПОЧВЫ ПО УКОРОЧЕННОЙ ЛЕМЕШНО-ОТВАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ КОМБИНИРОВАННОГО КОРПУСА ПЛУГА

О.И. Мисуно, к.т.н., доцент

Белорусский государственный аграрный технический университет, г. Минск, Республика Беларусь

#### Введение

Пахота – самая энергоемкая операция в растениеводстве. Применяемые в настоящее время на пахоте лемешно-отвальные плуги обладают рядом существенных недостатков. Они не всегда обеспечивают нужное качество крошения пласта, необходимую степень заделки пожнивных остатков, не дают ровной поверхности вспаханного поля. Снижение энергетических затрат на пахоте требует совершенствования технологии вспашки, создания новых орудий. Одним из эффективных путей решения поставленных задач является применение плугов с комбинированными рабочими органами.